Příprava na přijímačky — matematika

Matematika · 70 minut · max. 50 bodů · Pomůcky: propisovací tužka, tužka, rýsovací potřeby; kalkulačka ani tabulky nejsou povoleny

Jméno a příjmení: _____ Třída: _____ Datum: _____

Body: _ _ _ _ / 50 · Známka: _ _ _ _

---

1. Kvádr má rozměry 6 cm, 8 cm a 10 cm. Vypočítejte povrch tohoto kvádru. **(2 b.)**

a) 376 cm²

b) 188 cm²

c) 480 cm²

d) 344 cm²

e) jiný výsledek

2. Obdélníková zahrada má úhlopříčku dlouhou 17 m a jednu stranu dlouhou 8 m. Vypočítejte obvod zahrady. **(2 b.)**

a) 46 m

b) 34 m

c) 120 m

d) 50 m

e) jiný výsledek

3. Cena výrobku byla nejprve zvýšena o 25 % a poté snížena o 20 %. Výsledná cena je 540 Kč. Vypočítejte původní cenu výrobku. **(2 b.)**

a) 513 Kč

b) 567 Kč

c) 600 Kč

d) 540 Kč

e) jiný výsledek

4. Sestrojte rovnoběžník ABCD, u kterého platí: strana AB měří 6 cm, úhlopříčka AC měří 7 cm a úhlopříčka BD měří 8 cm. Zjistěte počet řešení úlohy. **(2 b.)**

5. Krychle ABCDEFGH má hranu dlouhou 4 cm (vrcholy spodní podstavy ABCD, horní podstavy EFGH, přičemž E je nad A, F nad B, G nad C, H nad D). Ke každému popisu z levého sloupce přiřaďte útvar nebo veličinu z pravého sloupce, která k němu patří. Každou možnost lze použít nejvýše jednou. **(6 b.)**

___ **1.** Úsečka spojující vrcholy A a G

___ **2.** Čtyřúhelník ABGH

___ **3.** Úsečka spojující středy hran AB a CD

A) tělesová úhlopříčka krychle

B) čtverec o straně 4 cm

C) trojúhelník se stranami 4 cm, 4 cm a 4 cm

D) krychle o hraně 2 cm

E) úsečka kolmá na hrany AB i CD

F) obdélník s rozměry 4 cm a $4\sqrt{2}$ cm

6.1. Vypočítejte: $3/4 - 1/6 + 1/3$. **(1 b.)**

6.2. Vypočítejte: $2{,}5 \cdot 0{,}4 - 0{,}6^2$. **(1 b.)**

6.3. Vypočítejte hodnotu výrazu: $(2^3 - 3^2) \cdot (-5) + 10$. **(1 b.)**

7.1. Zjednodušte výraz a výsledek zapište v základním tvaru: $(3x - 5)^2 - (3x + 5)^2$ **(1 b.)**

7.2. Vypočítejte hodnotu výrazu $2a/3 - a/6 + a/2$ pro $a = 12$. **(1 b.)**

7.3. Zjednodušte výraz $(x + 2)^2 - (x - 2)(x + 3)$ a výsledek zapište jako dvojčlen v základním tvaru. **(2 b.)**

8. Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (8.1–8.3), zda je pravdivé (ANO), či nikoli (NE). Uvažujte výraz $V = (2x - 4)/(x - 2)$ pro x různé od 2. **(4 b.)**

8.1 Výraz V se po úpravě rovná konstantě 2 pro všechna přípustná x. ANO ○ NE ○

8.2 Pro $x = 5$ platí $V = 2$. ANO ○ NE ○

8.3 Výraz V není definován pro $x = 2$, protože by se dělilo nulou. ANO ○ NE ○

9.1. Určete, pro jaké x platí: $5(x - 2) - 3(x + 1) = x - 7$. **(1 b.)**

9.2. Vynásobte mnohočleny a výsledek zapište jako mnohočlen v základním tvaru: $(2x - 3)(x + 4) - 2x^2$ **(1 b.)**

9.3. Obdélníková zahrada má délku $(x + 7)$ metrů a šířku $(x - 2)$ metry. Pokud se délka zahrady zkrátí o 3 metry a šířka zvětší o 2 metry, obsah zahrady se nezmění. Vypočítejte, jaký je obvod původní zahrady. **(2 b.)**

10. Pan Novák koupil 3 kg jablek a 2 kg hrušek, zaplatil celkem 132 Kč. Kilogram hrušek stojí o 6 Kč více než kilogram jablek. Kolik korun stojí 1 kg jablek? **(1 b.)**

11. Sestrojte trojúhelník ABC, pro který platí: strana AB měří 8 cm, strana AC měří 6 cm a těžnice na stranu BC (vedená z vrcholu A) měří 5 cm. Určete počet řešení úlohy. **(3 b.)**

12.1. Z města A do města B vede silnice dlouhá 84 km. Cyklista vyjel z A do B průměrnou rychlostí 24 km/h. Za jak dlouho po vyjetí urazil přesně polovinu cesty? **(1 b.)**

12.2. Ve stejné situaci: ve stejnou chvíli, kdy vyjel cyklista z A do B, vyjel z B do A chodec rychlostí 6 km/h. Za jak dlouho od vyjetí se cyklista a chodec potkají a jakou vzdálenost od města A to bude? **(2 b.)**

13.1. Řešte rovnici s neznámou x a zapište celý postup výpočtu: **(2 b.)**
$3(2x - 5) - 4(x - 1) = 2x - 7$

13.2. Řešte soustavu rovnic s neznámými x, y a zapište celý postup výpočtu: **(2 b.)**
$3x + 4y = 1$
$5x - 2y = -7$

14.1. Obdélník ABCD má obvod 56 cm. Strana AB je o 6 cm delší než strana BC. Úhlopříčka obdélníku dělí obdélník na dva trojúhelníky. Vypočítejte obsah jednoho z těchto trojúhelníků. **(2 b.)**

14.2. Čtverec má obsah 144 cm². Vypočítejte délku jeho úhlopříčky. **(1 b.)**

Zahradník vysazuje květinové záhony podle pravidelného vzoru: v 1. záhonu je 3 keře, ve 2. záhonu 7 keřů, ve 3. záhonu 11 keřů, ve 4. záhonu 15 keřů a tak dále — v každém dalším záhonu je o 4 keře víc než v předchozím.

15.1. Kolik keřů bude mít 10. záhon? **(1 b.)**

15.2. Kolik keřů celkem zahradník vysadí do prvních 6 záhonů? **(1 b.)**

15.3. Od kterého záhonu (včetně) bude mít zahradník v jednom záhonu poprvé více než 50 keřů? **(2 b.)**

16.1. Vypočítejte hodnotu výrazu: $(3/4 - 1/6) : (5/12) + 2^3 : 4$. **(1 b.)**

16.2. Vypočítejte hodnotu výrazu a zapište celý postup: $2{,}5 \cdot (0{,}8 - 1{,}2) + (2/3)^2 \cdot 9 - 1$. **(2 b.)**

Záznamový arch

Odpovědi zapisujte čitelně do tohoto archu. U úloh s výběrem zakřížkujte jedno políčko; chcete-li odpověď opravit, políčko celé začerněte a zakřížkujte jiné.

Jméno a příjmení: _____ Třída: _____ Body: _____ / 50

1	a) ☐ b) ☐ c) ☐ d) ☐ e) ☐	2 b.
2	a) ☐ b) ☐ c) ☐ d) ☐ e) ☐	2 b.
3	a) ☐ b) ☐ c) ☐ d) ☐ e) ☐	2 b.
4	_____	2 b.
5	**1 →** _____ **2 →** _____ **3 →** _____ (A B C D E F)	6 b.
6.1	_____	1 b.
6.2	_____	1 b.
6.3	_____	1 b.
7.1	_____	1 b.
7.2	_____	1 b.
7.3	_____	2 b.
8	**8.1** ANO ☐ NE ☐ **8.2** ANO ☐ NE ☐ **8.3** ANO ☐ NE ☐	4 b.
9.1	_____	1 b.
9.2	_____	1 b.
9.3	_____	2 b.
10	_____	1 b.
11	_____	3 b.
12.1	_____	1 b.

12.2		2 b.
13.1		2 b.
13.2		2 b.
14.1		2 b.
14.2		1 b.
15.1		1 b.
15.2		1 b.
15.3		2 b.
16.1		1 b.
16.2		2 b.

Tahák

Vzorce a hodnoty, které smíte při řešení použít.

π	$\pi \approx 3{,}14$
čtverec	$o = 4a \cdot S = a^2$
obdélník	$o = 2(a + b) \cdot S = a \cdot b$
trojúhelník	$S = a \cdot v_a / 2$
lichoběžník	$S = (a + c) \cdot v / 2$
kruh	$o = 2\pi r \cdot S = \pi r^2$
kvádr	$V = a \cdot b \cdot c \cdot S = 2(ab + bc + ac)$
krychle	$V = a^3 \cdot S = 6a^2$
válec	$V = \pi r^2 v \cdot S = 2\pi r^2 + 2\pi rv$
mocniny	$\mathbf{11^2} = 121$ $\mathbf{12^2} = 144$ $\mathbf{13^2} = 169$ $\mathbf{14^2} = 196$ $\mathbf{15^2} = 225$ $\mathbf{16^2} = 256$ $\mathbf{17^2} = 289$ $\mathbf{18^2} = 324$ $\mathbf{19^2} = 361$ $\mathbf{20^2} = 400$

Klíč odpovědí

OTÁZKA	SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ	BODY
1.	a) 376 cm² Povrch kvádru S = 2(ab+bc+ac) = 2(6·8 + 8·10 + 6·10) = 2(48+80+60) = 2·188 = 376 cm². Ostatní možnosti odpovídají záměně vzorce za objem, chybnému součtu dvou stěn nebo jen jedné dvojice stěn.	**2**
2.	a) 46 m Druhá strana: $\sqrt{(17^2-8^2)} = \sqrt{(289-64)} = \sqrt{225} = 15$ m. Obvod = 2(8+15) = 46 m. Ostatní možnosti vznikají záměnou obvodu za obsah nebo chybou ve výpočtu odvěsny.	**2**
3.	d) 540 Kč Celková změna: 1,25·0,8 = 1,0, tedy původní cena = výsledná cena = 540 Kč. Ostatní možnosti vznikají chybným sčítáním procent (25−20=5 %) nebo opačným postupem výpočtu.	**2**
4.	Rozbor: Úhlopříčky rovnoběžníku se navzájem půlí v bodě S, který je středem obou úhlopříček. Proto trojúhelník ABS má strany AB = 6 cm, AS = 3,5 cm (polovina AC) a BS = 4 cm (polovina BD). Postup konstrukce: 1) Sestrojíme úsečku AB = 6 cm. 2) Sestrojíme kružnici k1 se středem A a poloměrem 3,5 cm. 3) Sestrojíme kružnici k2 se středem B a poloměrem 4 cm. 4) Průsečík kružnic k1 a k2 je bod S. 5) Sestrojíme bod C jako obraz bodu A ve středové souměrnosti podle S (C leží na přímce AS tak, že S je střed AC). 6) Sestrojíme bod D jako obraz bodu B ve středové souměrnosti podle S. 7) Spojíme body A, B, C, D. Úloha má jedno řešení (až na shodnost). Rozbor a postup konstrukce: 1 bod, provedení konstrukce a určení počtu řešení: 1 bod. Celkem 2 body.	**2**
5.	1→A (tělesová úhlopříčka krychle), 2→F (obdélník s rozměry 4 cm a $4\sqrt{2}$ cm), 3→E (úsečka kolmá na hrany AB i CD) AG spojuje protější vrcholy krychle = tělesová úhlopříčka. ABGH má strany AB = 4 cm a BG = stěnová úhlopříčka $4\sqrt{2}$ cm, úhly pravé = obdélník. Úsečka středů AB a CD je rovnoběžná s AD, tedy kolmá na AB i CD. Bodování (3 dvojice): 3 správně = 6 b · 2 správně = 4 b · 1 správně = 2 b · 0 správně = 0 b.	**6**
6.1.	11/12 Společný jmenovatel 12: 9/12 − 2/12 + 4/12 = 11/12.	**1**
6.2.	0,64	**1**

OTÁZKA	SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ	BODY
	$2{,}5 \cdot 0{,}4 = 1$; $0{,}6^2 = 0{,}36$; $1 - 0{,}36 = 0{,}64$.	
6.3.	15 $2^3=8$, $3^2=9$, $8-9=-1$; $-1\cdot(-5)=5$; $5+10=15$.	**1**
7.1.	$-60x$ Použijeme vzorce $(a-b)^2-(a+b)^2 = -4ab$, kde $a = 3x$, $b = 5$, tedy výsledek je $-4 \cdot 3x \cdot 5 = -60x$.	**1**
7.2.	12 Zlomky převedeme na společný jmenovatel 6: $4a/6 - a/6 + 3a/6 = 6a/6 = a$, po dosazení $a = 12$ je výsledek 12.	**1**
7.3.	$3x + 10$ Roznásobíme: $(x+2)^2 = x^2+4x+4$, $(x-2)(x+3) = x^2+x-6$. Rozdíl je $x^2+4x+4 - x^2 - x + 6 = 3x + 10$.	**2**
8.	**8.1** Výraz V se po úpravě rovná konstantě 2 pro všechna přípustná x. **ANO** **8.2** Pro $x = 5$ platí $V = 2$. **ANO** **8.3** Výraz V není definován pro $x = 2$, protože by se dělilo nulou. **ANO** Bodování: všech 3 správně = 4 b; při chybě body úměrně snižte	**4**
9.1.	$x = 6$ Roznásobíme: $5x - 10 - 3x - 3 = x - 7$, upravíme na $2x - 13 = x - 7$, tedy $x = 6$.	**1**
9.2.	$5x - 12$ Roznásobíme $(2x-3)(x+4) = 2x^2+8x-3x-12 = 2x^2+5x-12$, odečteme $2x^2$, zůstane $5x - 12$.	**1**
9.3.	66 m Obsah původní zahrady: $(x+7)(x-2)$. Obsah upravené zahrady: $(x+7-3)(x-2+2) = (x+4)\cdot x$. Rovnice: $(x+7)(x-2) = (x+4)\cdot x$. Levá strana: $x^2+5x-14$. Pravá strana: x^2+4x. Po úpravě: $5x-14 = 4x$, tedy $x = 14$. Rozměry původní zahrady jsou $(14+7) = 21$ m a $(14-2) = 12$ m. Obvod $= 2\cdot(21+12) = 66$ m. (1 b za sestavení rovnice a správný postup, 1 b za správný výsledek 66 m)	**2**
10.	24 Kč Jablka x Kč/kg, hrušky $x + 6$. $3x + 2(x + 6) = 132 \rightarrow 5x + 12 = 132 \rightarrow x = 24$. Zkouška: $3 \cdot 24 + 2 \cdot 30 = 132$.	**1**
11.	Rozbor: Těžnici ta z vrcholu A prodloužíme o její délku za střed D strany BC na bod A', čímž vznikne rovnoběžník ABA'C, ve kterém je $AA' = 2\cdot ta = 10$ cm. Trojúhelník ABA' má strany $AB = 8$ cm, $AA' = 10$	**3**

OTÁZKA	SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ	BODY
	cm a BA' = AC = 6 cm (protilehlá strana rovnoběžníku), lze ho tedy sestrojit ze tří stran. Postup konstrukce: 1) Sestrojíme trojúhelník ABA' ze stran AB = 8 cm, AA' = 10 cm, BA' = 6 cm. 2) Sestrojíme střed D úsečky AA' (bod D je střed strany BC). 3) Sestrojíme bod C jako obraz bodu B podle středu D (bod C je souměrně sdružený s B podle D, protože ABA'C je rovnoběžník, nebo jej najdeme jako průsečík kružnice se středem A a poloměrem 6 cm s přímkou BD za bodem D). 4) Spojením bodů A, B, C získáme hledaný trojúhelník. Úloha má jedno řešení (až na shodnost). Bodování: 1 b za správný rozbor s využitím zdvojení těžnice, 1 b za postup konstrukce všech bodů, 1 b za sestrojení trojúhelníku a určení počtu řešení (celkem 3 b).	
12.1.	1,75 h (1 h 45 min) Polovina cesty je 42 km, čas = dráha/rychlost = 42/24 = 1,75 h.	**1**
12.2.	2,8 h; 67,2 km od města A Součet rychlostí 24+6=30 km/h, čas setkání t = 84/30 = 2,8 h, vzdálenost od A = 24·2,8 = 67,2 km.	**2**
13.1.	Rovnice nemá řešení. Úprava: $6x - 15 - 4x + 4 = 2x - 7$, tedy $2x - 11 = 2x - 7$, po odečtení $2x$ dostaneme $-11 = -7$, což je spor, rovnice tedy nemá řešení. Hodnocení: 1 b za správnou úpravu obou stran na tvar $2x - 11 = 2x - 7$, 1 b za správné rozpoznání, že rovnice nemá řešení, a zápis tohoto závěru. Body celkem: 2.	**2**
13.2.	$x = -1$, $y = 1$ Druhou rovnici vynásobíme 2: $10x - 4y = -14$, sečteme s první rovnicí: $13x = -13$, tedy $x = -1$; dosazením do první rovnice $3\cdot(-1) + 4y = 1$ dostaneme $4y = 4$, tedy $y = 1$. Hodnocení: 1 b za správný postup eliminace jedné neznámé, 1 b za správné výsledky $x = -1$ a $y = 1$. Body celkem: 2.	**2**
14.1.	93,5 cm² Ze vztahů $2(a+b)=56$ a $a=b+6$ vyjde $a=17$ cm, $b=11$ cm, obsah obdélníku $S=187$ cm², obsah trojúhelníku je polovina, tedy 93,5 cm².	**2**
14.2.	$12\sqrt{2}$ cm Strana čtverce je $\sqrt{144} = 12$ cm, úhlopříčka $u = a\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ cm.	**1**
15.1.	39 keřů Počet keřů v n-tém záhonu je $3+4(n-1)$, pro $n=10$ dostaneme $3+36=39$.	**1**
15.2.	78 keřů Počty keřů jsou 3,7,11,15,19,23, jejich součet je 78.	**1**

OTÁZKA	SPRÁVNÁ ODPOVĚĎ	BODY
15.3.	13. záhon Řešíme 3+4(n−1)>50, tedy 4n−1>50, n>12,75, nejmenší celé n je 13, v 13. záhonu je 3+4·12=51 keřů.	**2**
16.1.	17/5 V závorce 3/4−1/6=7/12, podíl (7/12):(5/12)=7/5, dále 2^3:4=2, součet 7/5+2=17/5.	**1**
16.2.	2 1 b za správný postup: 2,5·(0,8−1,2)=2,5·(−0,4)=−1; $(2/3)^2$·9=4/9·9=4; sestavíme −1+4−1=2. 1 b za výsledek: výsledná hodnota výrazu je 2. Celkem 2 body.	**2**

Vytvořeno na zkousejme.cz — generátor testů pro učitele